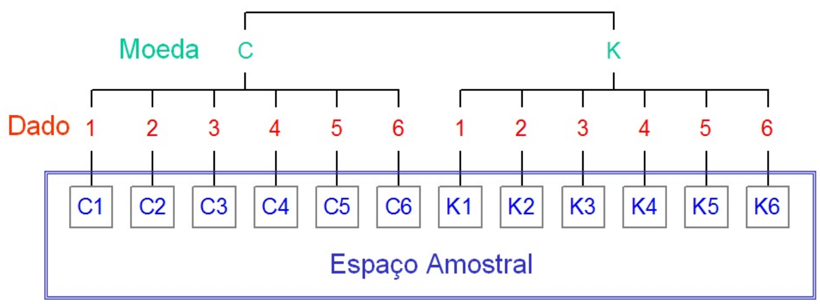
Definições 1 *Um **experimento** probabilístico (ou aleatório) é uma ação ou um ensaio ou meio do qual resultados específicos (contagens, medidas ou respostas) são obtidos. A consequência de um único ensaio em um experimento probabilístico é um resultado (ponto amostral). O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento probabilístico é o **espaço amostral**. Um **evento** consiste em um ou mais resultados e é um subconjunto do espaço amostral.*

Exemplo 1 *Experimento: Lançamento de um dado* $\begin{cases} \textit{Espaço amostral: } S = \{1,2,3,4,5,6\} \\ \textit{Evento: obter número par } E = \{2,4,6\} \qquad E \subset S \\ \textit{Resultado: obter 2 (ponto amostral)} \end{cases}$

Exemplo 2 *Experimento: Lançamento de uma moeda* $\{C\ (cara), K\,(coroa)\}$ *e um dado* $\{1,2,3,4,5,6\}$

Diagrama de árvore



EXERCíCIO 1 *(PLT - Pág. 98) Sua companhia compra de três fornecedores os componentes de determinada máquina. Faça um diagrama de árvore que mostre os três fornecedores* (A, B, C) *e se os componentes fornecidos por eles são defeituosos (*$S =$ *sem defeito;* $D =$ *defeituoso).*

EXERCíCIO 2 *Faça um diagrama de árvore para as diferentes possibilidades para o clima (*$S =$ *sol e* $C =$ *chuva) durante a viagem de três dias.*

EXERCíCIO 3 *Em uma prova com 3 questões do tipo V ou F, um aluno que não está preparado responderá todas "no chute". Faça um diagrama de árvore e relacione os diferentes resultados possíveis. Utilize a notação C para o evento "acertar a questão" e E para "errar a questão".*

EXERCíCIO 4 *Existem três caminhos distintos A, B e C de um ponto X a Y. Faça um diagrama em árvore para descrever todos os caminhos de ida e volta, supondo*

a) que um robô pode escolher livremente o seu caminho ida e volta;

b) o caminho de volta não deve ser igual ao de ida.

TIPOS DE PROBABILIDADE

- $\nearrow$ Teórica (ou Clássica) $P(E) = \dfrac{\#E}{\#A}$ ($\#E$ número de elementos em E)
- $\rightarrow$ Empírica (ou Estatística) $P(E) = \dfrac{\text{frequência de } E}{\text{frequência total}}$
- $\searrow$ Subjetiva resulta de intuição ("palpite"), experiência ou estimativa

Exemplo 3 *(Probabilidade Teórica) Experimento: Lançamento de um dado.*

Espaço amostral: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$A = \{\textit{ sair } 3\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \cong 0,167$$

$$B = \{\textit{menor do que } 5\} = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{6} \cong 0,667$$

Exemplo 4 *(Probabilidade Empírica) Controle diário de qualidade para produção de molas*

Evento	*Molas fora de conformidade*	*dias (f)*
A	*2 - 4*	*6*
B	*5 - 7*	*13*
C	*8 - 10*	*7*
D	*11 - 13*	*7*
E	*14 - 16*	*2*
F	*17 - 19*	*5*
	Total	*40*

$$P(A) = \frac{6}{40} = 0,15 = 15\%$$

$$\vdots$$

$$P(E) = \frac{2}{40} = 0,05 = 5\%$$

$$P(F) = \frac{5}{40} = 0,125$$

Para qualquer espaço amostral S e evento E: $\begin{cases} P(S) = 1 \\ \text{e} \\ 0 \leq P(E) \leq 1 \end{cases}$

Lei dos grande números: À medida que um experimento é repetido mais e mais vezes, a probabilidade empírica de um evento tende à sua probabilidade teórica.

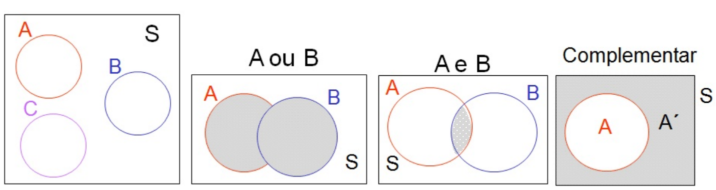
Evento complementar E'

Se $\begin{cases} E = \text{evento e} \\ E' = \text{complementar de } E \end{cases}$ então $P(E) + P(E') = 1$ ou $\boxed{P(E') = 1 - P(E)}$

Exemplo 5 *Lançamento de uma moeda:* $E = \textit{cara}$ *então* $E' = \textit{coroa}$ $\quad P(Cara) = 1 - P(Coroa)$

Lançamento de um dado: $E = \textit{pares}$ *então* $E' = \textit{impares}$ $\quad P(Pares) = 1 - P(Impares)$

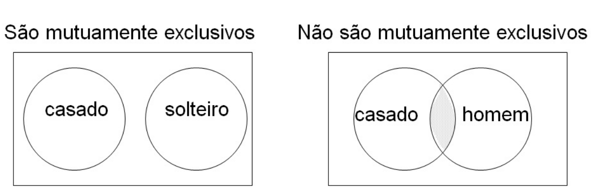
DIAGRAMA DE VENN (Representação gráfica de um espaço amostral)



Notação 1 $\quad A \textit{ ou } B = A \cup B \quad\quad A \textit{ e } B = A \cap B$

Definição 1 *Dois eventos A e B são* ***mutuamente exclusivos*** *se não puderem ocorrer simultaneamente.* $(A \cap B = \emptyset)$

Exemplo 6



REGRA DA ADIÇÃO

$$\boxed{\begin{array}{l} P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \\ P(A\cup B)=P(A)+P(B), \text{ se } A \text{ e } B \text{ são mutuamente exclusivos.}\end{array}}$$

Para três eventos: $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)-P(A\cap B\cap C)$

Exemplo 7 *Discos de policarbonato plástico são analisadas com relação à resistência a arranhões e a choque.*

		Resistência a choques alta (A_c)	baixa (B_c)	***Total***
Resistência	alta (A_a)	40	5	45
a arranhões	baixa (B_a)	2	3	5
	Total	42	8	50

Se um disco for selecionado ao acaso, determine a probabilidade deste disco:

a) ter resistência alta a arranhões e ter resistência alta a choques. $P(A_a\cap A_c)=\dfrac{40}{50}=0,08=8\%$

b) ter resistência baixa a arranhões ou ter resistência alta a choques.

$$P(B_a\cup A_c)=P(B_a)+P(A_c)-P(B_a\cap A_c)=\frac{5}{50}+\frac{42}{50}-\frac{2}{50}=\frac{5+42-2}{50}=\frac{45}{50}=0,9\%$$

PROBABILIDADE CONDICIONAL $P(B|A)$

Definição 2 $P(B|A)$ *é a probabilidade de ocorrer um evento* B *dado que o evento* A *já ocorreu.*

Exemplo 8 *Duas cartas são selecionadas ao acaso de um baralho comum. Determine a probabilidade de a segunda ser uma dama, dado que a primeira foi um rei. Assuma que a primeira carta não foi recolocada.*

$$P(Dama|Rei)=\frac{4}{51}\cong 7,84\%$$

Definição 3 $\boxed{P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)},\ \textit{para}\ P(A)>0.}$

Exemplo 9 *Amostras de discos de policarbonato são analisadas com relação à resistência a arranhões e a choque.*

		Resistência a choques alta (A_c)	baixa (B_c)	***Total***
Resistência	alta (A_a)	40	5	45
a arranhões	baixa (B_a)	2	3	5
	Total	42	8	50

Determine a probabilidade de uma peça ter resistência baixa a arranhões, dado que ela tem resistência alta a choques. $P(B_a|A_c)=\dfrac{P(B_a\cap A_c)}{P(A_c)}=\dfrac{2}{42}\cong 4,76\%$

Dois eventos A e B são **independentes** se a ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro. Isto é, $P(B|A)=P(B)$ ou $P(A|B)=P(A)$.

Exemplo 10 *No lançamento de uma moeda e um dado, a probabilidade de ocorrência de um evento na moeda não afeta a ocorrência de nenhum evento do dado.*

EXERCíCIO 5 *Classifique em eventos dependentes ou independentes.*

a) Furar um pneu do seu carro a caminho da faculdade (A) *e chegar atrasado para a aula* (B).

b) Selecionar um rei de um baralho comum (A)*, recolocando-o, e então selecionar uma dama do baralho* (B).

c) Ao selecionar uma dama do baralho (A)*, sem reposição, e então selecionar outra dama do baralho* (B).

EXERCíCIO 6 *Com os dados do exemplo acima, calcule:*

a) $P(B_a \cap B_c)$

b) $P(A_a \cup A_c)$

c) $P(A_a \cup B_c)$

d) $P(B_c | A_a)$

e) $P(B_a | B_c)$

EXERCíCIO 7 *(Pág. 108 - modificado) Um banco de sangue cataloga os tipos sanguíneos dos doadores que doaram durante os últimos cinco dias. O número dos que doaram cada tipo está relacionado na tabela a seguir. Um doador é selecionado ao acaso. Obtenha a probabilidade de o doador ter*

	Tipos sanguíneos				
Rh	O	A	B	AB	Total
+	156	139	37	12	344
−	28	25	8	4	65
Total	184	164	45	16	409

a) *tipo sanguíneo O ou A.*

b) *tipo sanguíneo B ou ser Rh negativo.*

c) *tipo sanguíneo O negativo.*

d) *tipo sanguíneo O, dado que tem Rh negativo.*

e) *Rh negativo, dado que tem tipo sanguíneo O.*

REGRA DA MULTIPLICAÇÃO A probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem em sequência é:

$$\boxed{\begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) \\ P(A \cap B) = P(A) \times P(B), \text{ se } A \text{ e } B \text{ são eventos independentes.} \end{array}}$$

Exemplo 11 *Duas cartas foram selecionadas de um baralho, sem reposição da primeira. Obtenha a probabilidade de se escolher um rei e então se escolher uma dama.*

(eventos dependentes) $P(K \text{ e } Q) = P(K).P(Q|K) = \dfrac{4}{52} \times \dfrac{4}{51} \approx 0,006.$

Exemplo 12 *São jogados uma moeda e um dado. Obtenha a probabilidade de sair cara e depois um 6.*

(eventos independentes) $P(C \text{ e } 6) = P(C) \times P(6) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{6} \approx 0,083$

EXERCíCIO 8 *(Pág. 103) Em uma caixa de onze peças, quatro delas são defeituosas. São selecionadas duas peças ao acaso, sem reposição.*

a) Obtenha a probabilidade de as duas peças serem defeituosas.

b) Obtenha a probabilidade de ambas as peças não serem defeituosas.

c) Obtenha a probabilidade de pelo menos uma peça ser defeituosa.

EXERCíCIO 9 *(Pág. 104) Um teste de múltipla escolha tem três questões, cada uma com cinco opções de resposta. Somente uma das opções é correta. Você não tem a menor idéia das respostas para nenhuma questão e tem de "chutar" em todas.*

a) Obtenha a probabilidade de responder corretamente à primeira questão.

b) Obtenha a probabilidade de responder corretamente às duas primeiras questões.

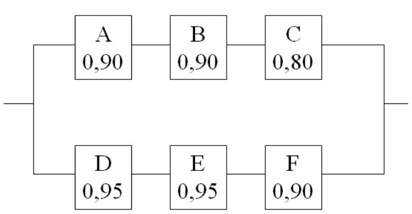
c) Obtenha a probabilidade de responder corretamente a todas as três questões.

d) Obtenha a probabilidade de não responder corretamente a nenhuma questão.

e) Obtenha a probabilidade de responder corretamente a pelo menos uma questão.

EXERCíCIO 10 *O circuito a seguir opera se, e somente se, houver um caminho de equipamentos funcionais, da esquerda para direita. a probabilidade de que cada aparelho funcione é mostrada no gráfico. Suponha que a probabilidade de um equipamento ser funcional não dependa de serem ou não os outros equipamentos funcionais. Qual será a probabilidade de que o circuito opere?*

a)



b)