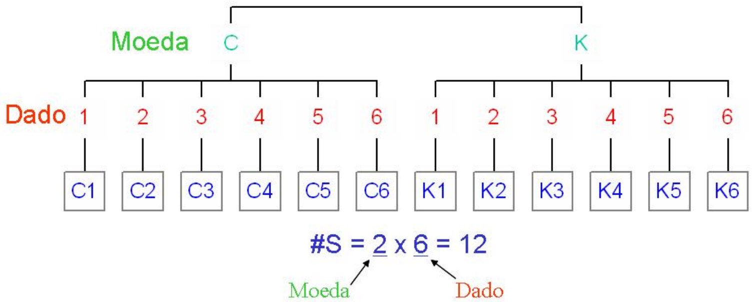
Princípio Fundamental da Contagem Se um evento pode ocorrer de m maneiras e um segundo evento de n maneiras, o número de maneiras em que os dois eventos podem ocorrer em sequência é $m \cdot n$. Esta regra pode ser estendida para um número qualquer de eventos.

Exemplo 1 *Lançamento de uma moeda* $(m = 2)$ *e um dado* $(n = 6)$



Exemplo 2 *Senha de acesso de quatro dígitos* $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ *senhas diferentes (supondo que possa ser 0000)*

COMBINATÓRIA

Exemplo 3 *(Agrupamentos que NÃO diferem na ordem)*

Num grupo de 10 pessoas, escolher 3 para formar uma comissão: $(A, B, C) = (B, A, C)$

Exemplo 4 *(Agrupamentos que diferem na ordem)*

a) Com 10 algarismos 0,1,2,...,9, formar senha de 3 dígitos: $123 \neq 231$

b) Anagramas da palavra ANA: $ANA \neq NAA \neq AAN$

Agrupamentos $(p \leq n)$

- Não diferem na ordem → Combinação $C_{n,p} = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}$ (com p elementos distintos)
- Diferem na ordem →
  - Arranjo $A_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ (com p elementos distintos)
  - Permutação $P_n = n!$ $(n = p)$ (com p elementos distintos)
  - Permutação com elementos repetidos $P_n^{(n1,n2,\ldots)} = \dfrac{n!}{n_1! \times n_2! \times \ldots.}$

OBS: (Fatorial) $n! = \begin{cases} 1, \text{ se } n = 0 \\ n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1, \text{ se } n \geq 1 \end{cases}$

EXEMPLOS:

1) 10 pessoas, 3 para formar uma comissão:

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 5 \times 3 \times 8 = 120$$

2) 10 algarismos, formar senhas diferentes com 4 dígitos, sem repetição de dígitos:

$$\underline{10} \times \underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \qquad A_{10,3} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 5040$$

3) Anagramas da palavra SIM : SIM SMI ISM IMS MSI MIS

$$\underbrace{SIM}_{\text{3 LETRAS DIFERENTES}} \qquad \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} \qquad P_3 = 3! = 6$$

4) Anagramas da palavra ANA: ANA NAA AAN

$$\underbrace{ANA}_{\text{3 LETRAS, 2A}} \qquad P_3^{(2)} = \frac{3!}{2!} = 3$$

5) Anagramas da palavra CONSTITUINTE:

$$\underbrace{CONSTITUINTE}_{\text{12 LETRAS, 3T, 2N, 2I}} \qquad P_{12}^{(3,2,2)} = \frac{12!}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{6 \times 2 \times 2} = 11 \times 5 \times 9! = 19\,958\,400$$

EXERCíCIO 1 *Um departamento de transporte estadual planeja desenvolver uma nova seção de uma estrada interestadual e recebe 16 propostas para o projeto. O Estado planeja contratar quatro das companhias que fizeram ofertas. Quantas combinações diferentes das quatro companhias podem ser selecionadas a partir das dezesseis que fizeram propostas?*

EXERCíCIO 2 *Uma diretoria deve ser escohida a partir de 15 candidatos. Os cargos são de presidente, vice-presidente, secretário e tesoureiro. De quantas maneiras os cargos podem ser preenchidos?*

EXERCíCIO 3 *Em uma loteria, cinco números devem ser selecionados dentre quarenta para ganhar o primeiro prêmio.*

a) *De quantas maneiras os cinco números podem ser escolhidos.*

b) *Se você comprar um bilhete, qual a probabilidade de ganhar o primeiro prêmio?*

EXERCíCIO 4 *De quantas maneiras as 5 vogais podem ser arranjadas para formar um código de segurança*

a) *com 5 letras diferentes?*

b) *com 3 letras diferentes?*

c) *com 5 letras que podem ser repetidas?*

d) *com 3 letras que podem ser repetidas?*

EXERCíCIO 5 *O código de acesso a um sistema de segurança consiste de 4 dígitos. O primeiro não pode ser 0, e o último deve ser ímpar. Quantos códigos diferentes estão disponíveis?*

EXERCíCIO 6 *Qual o número de anagramas da palavra MARTE.*

EXERCíCIO 7 *Determine o número de anagramas com a palavra MATEMÁTICA*

a) *supondo* $A \neq Á$;

b) *suponto* $A = Á$.

EXERCíCIO 8 *Com 3 das 26 letras do alfabeto e 4 dígitos (excluindo 0000), quantas placas diferentes de carro podem ser criadas?*