AULA 10 - INTERVALO DE CONFIANÇA (IC) PARA MÉDIA POPULACIONAL (μ)

(de uma variável normal com variância σ^2 conhecida ou para amostras grandes)

Nem todas as variáveis têm média populacional conhecida. Se desejamos conhecê-lo, devemos tomar uma amostra e, a partir da média da amostra, estimar a média da população.

A estimação pode ser pontual ou intervalar.

Tipos de estimação: $\begin{cases} \text{Pontual: } \mu = \overline{x} \quad \text{(pouco utilizada: grande probabilidade de cometer erro)} \\ \text{Intervalar: } \mu = \overline{x} \pm Erro \end{cases}$

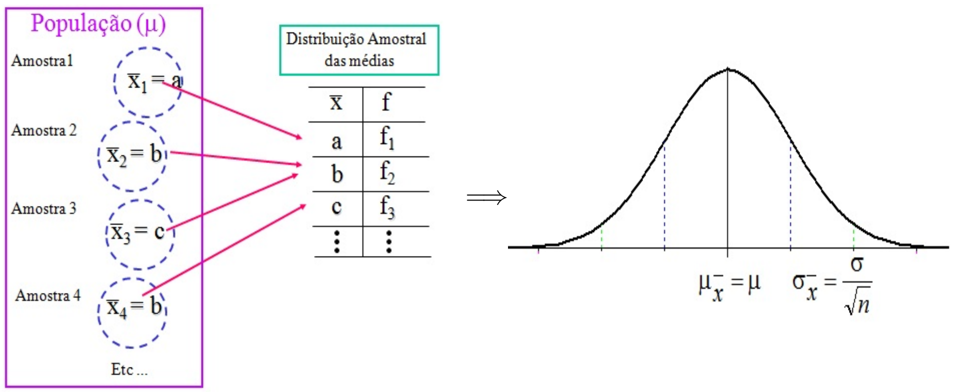
Índices: $\begin{cases} \alpha\text{: probabilidade de erro (nível de significância). O mais utilizado é 5\%.} \\ \gamma = 1 - \alpha \text{ (coeficiente de confiança - é a probabilidade de } \mu \text{ pertencer ao intervalo.)} \end{cases}$

Teorema do Limite Central

1) Se amostras de tamanho n, onde $n \geq 30$, forem tiradas de uma população qualquer, com uma média μ e desvio-padrão σ, então a distribuição amostral das médias se aproximará de uma distribuição normal.

2) Se a própria população for normalmente distribuída, a distribuição amostral de médias das amostras será normalmente distribuída para qualquer tamanho n da amostra.

Em ambos os casos, a distribuição amostral de médias das amostras tem a média igual a média da população, isto é, $\boxed{\mu_{\overline{x}} = \mu}$ e o desvio padrão igual $\boxed{\sigma_{\overline{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$.

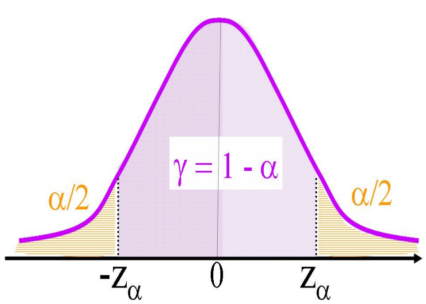


INTERVALO DE CONFIANÇA (IC)

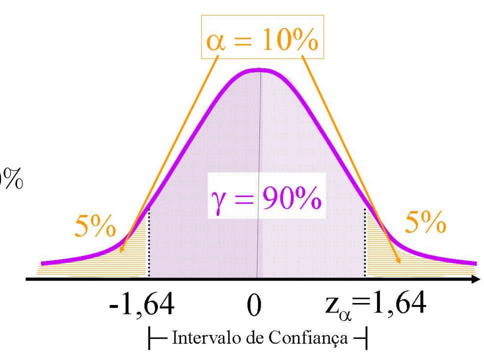
$$\begin{cases} \text{Padronização: } z = \dfrac{\overline{x} - \mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} = \dfrac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \Rightarrow z = \dfrac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \Rightarrow \overline{x} - \mu = z \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ |\overline{x} - \mu| = Erro \Rightarrow Erro = z \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{IC(\mu, \alpha) = \overline{x} \pm z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

COMO CALCULAR z_α?

Pela Tabela z:



Exemplo: $\alpha = 10\%$



.

Valores de z_α mais utilizados:

γ (coef. de confiança)	α (coef. de significância)	z_α
0,90	0,10	1,64
0,95	0,05	1,96
0,99	0,01	2,57

Exemplo 1 *Suponhamos que o tempo de resposta a um determinado estímulo seja distribuído normalmente, com* $\sigma^2 = 1,96$ *segundos. De uma amostra de 6 indivíduos, obteve-se os seguintes tempos de resposta em segundos: 25,2; 26,0; 26,4; 27,1; 28,2; 28,4. Determinar o intervalo de confiança para a média da população, sendo* $\alpha = 0,10$.

Dados: $\begin{cases} \sigma^2 = 1,96 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1,96} = 1,4 \\ \alpha = 0,10 \Rightarrow z_\alpha = 1,64 \end{cases}$ $\qquad \overline{x} = \dfrac{\Sigma x}{n} = \dfrac{25,2+\ 26,0+\ 26,4+\ 27,1+\ 28,2+\ 28,4}{6} = 26,88$

O intervalo de confiança é dado por

$$\begin{cases} \mu_1 = \overline{x} - z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 26,88 - 1,64 \times \dfrac{1,4}{\sqrt{6}} = 25,9 \\ \mu_2 = \overline{x} + z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 26,88 + 1,64 \times \dfrac{1,4}{\sqrt{6}} = 27,8 \end{cases} \Rightarrow \boxed{IC\,(\mu, 90\%) = (25,9;\, 27,8)}$$

Isto significa que, com 90% de confiança, a média populacional μ está entre $25,9$ e $27,8$.

EXERCíCIO 1 *Experiência passada indicou que o desvio padrão da resistência à quebra de um fio usado na fabricação de material moldável foi 2 psi. Uma amostra aleatória de nove espécimes é testada e a resistência média à quebra é 98 psi.*

a) Encontre um intervalo bilateral de confiança de 95% para a resistência média verdadeira à quebra.

b) A resistência à quebra de um fio usado na fabricação de material moldável necessita no mínimo 100 psi. A fibra média deve ser julgada como aceitável com α = 0,05?

EXERCíCIO 2 *Um fabricante está interessado na voltagem de saída de um fornecimento de potência usado em um computador pessoal. A voltagem de saída é considerada normalmente distribuída com desvio padrão igual a 0,250 V. O fabricante tomou uma amostra de oito unidades e encontrou o intervalo de confiança* $(4,85, 5,15)$. *Encontre o valor de* α *utilizado.*

EXERCíCIO 3 *Um engenheiro civil está analisando a resistência à compressão do concreto. A resistência à compressão é distribuída da forma aproximadamente normal, com uma variância de* $\sigma = 1000psi^2$. *Uma amostra aleatória de 12 corpos de prova tem uma resistência média à compressão de* $\bar{x} = 32050$ *psi.*

a) Construa um intervalo bilateral de confiança de 95% para a resistência média à compressão.

b) Construa um intervalo bilateral de confiança de 99% para a resistência média à compressão.

c) Há alguma evidência que suporte a alegação de que a resistência média seja 3500 psi?

EXERCíCIO 4 *Sabe-se que a vida em horas de um bulbo de uma lâmpada de 75W é distribuída de forma aproximadamente normal, com desvio padrão de 25 horas. Uma amostra aleatória de 20 bulbos tem uma vida média de 1.014 horas.*

a) Construa um intervalo bilateral de confiança 95 % para a vida média.

b) Construa um intervalo bilateral de confiança 99 % para a vida média.

c) Há alguma evidência que suporte a alegação de que a vida média do bulbo excede 1.000 horas?

EXERCíCIO 5 *Um fabricante de lajotas de cerâmica introduz um novo componente em sua fabricação e acredita que isto aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência das lajotas tem distribuição normal com desvio padrão de 12 kg. Retira-se uma amostra de 30 lajotas, obtendo* $\overline{x} = 210$ *kg. Ao nível de 10%, pode o fabricante aceitar que a resistência média de suas lajotas tenha aumentado?*

DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DA AMOSTRA

O tamanho mínimo da amostra para ter um IC com γ% de confiança, fixando-se previamente uma margem de erro máxima tolerável ε é $\boxed{n = \left(\dfrac{\sigma \times z_\alpha}{\varepsilon}\right)^2}$.

Exemplo 2 *Para estudar a pulsação por minuto de uma amostra de estudantes universitários não se admite erro, na média, superior a 1,8 bat/min. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que os resultados sejam dados com 95% de confiança? (Usar 4,1 bat/min como estimativa do desvio padrão da população)* $\qquad n = \left(\dfrac{\sigma \times z_\alpha}{\varepsilon}\right)^2 = \left(\dfrac{4,1 \times 1,96}{1,8}\right)^2 = 19,93 \cong 20$

EXERCíCIO 6 *Um pesquisador está estudando o grau de um determinado comportamento sob determinadas condições de uma população. Ele sabe que essa variável é normalmente distribuída com desvio padrão de 2 unidades.*

a) Utilizando os valores 4,9; 7,0; 8,1; 4,5; 5,6; 6,8; 7,2; 5,7; 6,2 unidades, obtidos de uma amostra de tamanho 9, determine o intervalo de confiança com coeficiente de confiança 90%.

b) Qual o tamanho da amostra necessário para que o erro cometido, ao estimarmos o grau médio, não seja superior a 0,1 unidades com probabilidade 0,90?